Extraction de diagrammes ZX : des codes non locaux aux modèles non intégrables

INFORMATIONS GÉNÉRALES

Titre :
Extraction de diagrammes ZX : des codes non locaux aux modèles non intégrables.

Thématique :
Algorithmes quantiques et cas d'usage.

Unité d'accueil :
CEA Grenoble, IRIG, DEPHY, MEM, L_Sim.

Encadrant CEA :
Michele Filippone (directeur de recherche, HDR, CEA Grenoble).

Direction de thèse :
Michele Filippone (HDR).

Laboratoire / Université / École doctorale :
CEA Grenoble, IRIG, DEPHY, MEM, L_Sim
Université Grenoble Alpes (UGA)
École doctorale de physique (ED PHYS), Grenoble.

Partenaire académique ou industriel : Aucun partenaire formel envisagé.

SUJET, ATOUTS-ATTRAITS

Contexte

L'informatique quantique connaît actuellement un développement rapide et ambitionne de dépasser les capacités des algorithmes classiques. Cependant, la vérification des calculs quantiques nécessite le développement d'algorithmes classiques plus performants, directement inspirés des structures algébriques de la mécanique quantique et capables de servir de référence, voire de rivaliser avec les opérations réalisées par les ordinateurs quantiques.

Initialement développé pour simplifier, optimiser et vérifier les circuits quantiques, le calcul ZX [1] repose sur des diagrammes représentant des réseaux de tenseurs, simplifiables grâce à des règles rigoureuses de réécriture graphique (voir Fig. 1). Au-delà de son intérêt pour l'optimisation des algorithmes quantiques, cette approche graphique est particulièrement prometteuse pour l'étude des systèmes quantiques à N corps, dont les calculs réalisés par un ordinateur quantique constituent un cas particulier. Le calcul ZX pourrait en effet révéler des structures physiques masquées dans les représentations conventionnelles en circuits ou en réseaux de tenseurs. Leur mise en évidence ouvrirait la voie à une nouvelle génération d'algorithmes classiques, capables de vérifier plus efficacement les calculs quantiques tout en abordant des questions fondamentales de physique quantique.

Positionnement vis-à-vis du CEA

Ce projet de thèse s'inscrit dans les efforts actuels du CEA pour développer de nouveaux algorithmes, quantiques ou d'inspiration quantique, et identifier de nouveaux cas d'usage,

tant pour les applications que pour la physique fondamentale. Ce projet se situe à l'interface entre recherche fondamentale sur la matière quantique et développement d'outils de confiance pour les technologies quantiques. Il répond à deux enjeux directement pertinents pour les activités du CEA : comprendre les ressources d'intrication qui sous-tendent les codes correcteurs, et disposer de méthodes classiques pour contrôler la transformation des descriptions théoriques en circuits exécutables. L'apport attendu est une méthodologie de vérification fondée sur la structure des calculs, complémentaire des simulations numériques et des tests expérimentaux. Le projet bénéficie de son ancrage au CEA–IRIG Grenoble et des compétences locales en réseaux de tenseurs et en physique de l'information quantique.

État de l'art

L'application du calcul ZX aux systèmes quantiques à N corps n'en est qu'à ses débuts. Cet outil a notamment servi à reformuler des états topologiques connus [2, 3], des transitions induites par la mesure [4], des théories de jauge [5, 6], des "cicatrices quantique" (*quantum many-body scars*) [7], des membranes d'intrication [8, 9], ainsi que la dynamique exacte de la « magie » quantique dans des circuits en interaction [10, 11]. Une question essentielle reste toutefois ouverte : le calcul ZX peut-il permettre de véritables avancées dans la résolution des problèmes quantiques à N corps ?

J'ai récemment contribué à démontrer que le calcul ZX permet de répondre à des questions fondamentales en physique quantique [12]. En particulier, nous avons développé une méthode graphique permettant d'identifier sans ambiguïté la présence d'intrication à longue portée, dite "topologique", dans des modèles exactement solubles comme le code torique et le code couleur. Cette propriété joue un rôle essentiel dans la correction des erreurs quantiques et dans l'émergence de phénomènes robustes en physique de la matière condensée.

L'objectif de cette thèse est d'étendre ces résultats à des systèmes quantiques plus complexes, en développant des méthodes numériques permettant d'extraire et d'analyser leurs diagrammes ZX. Nous étudierons notamment des états quantiques obtenus à l'aide de méthodes numériques fondées sur les réseaux de tenseurs, afin de rechercher les structures graphiques caractéristiques de leur intrication. La première direction consistera à explorer des modèles non intégrables, par exemple en ajoutant un champ magnétique au code torique, pour comprendre comment ces structures évoluent lorsque le modèle ne peut plus être résolu exactement.

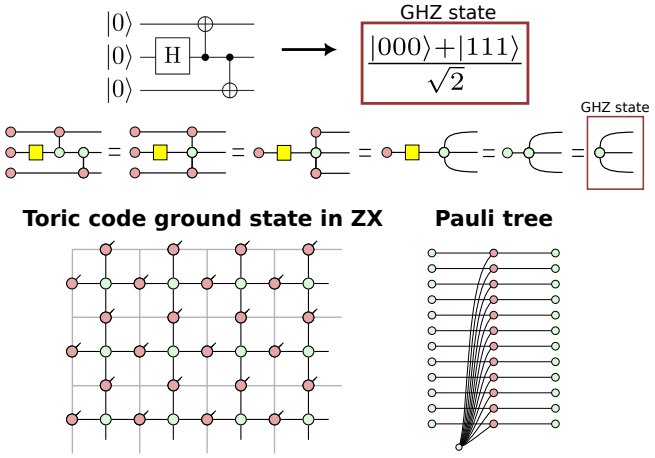

FIGURE 1 – En haut : illustration des règles de réécriture graphique du calcul ZX sur un circuit quantique préparant un état GHZ à trois qubits. En bas : représentation ZX de l'état fondamental du code torique et diagramme associé en « arbre de Pauli ». Un unique nœud vert non local signale la présence d'un ordre topologique à longue portée. Extrait de notre travail [12].

La seconde direction concernera les codes correcteurs d'erreurs quantiques de type qLDPC (quantum low-density parity-check), construits à partir de graphes dont les connexions ne sont pas nécessairement locales [13]. Ces codes constituent une approche prometteuse pour réduire le nombre de qubits nécessaires à la protection de l'information quantique.

Une perspective importante sera d'utiliser les diagrammes ZX pour vérifier que les propriétés fondamentales de ces codes sont préservées lors de leur traduction et de leur optimisation en circuits quantiques. Les "fabriques de codes" (code factories), qui permettent

de générer différentes familles de codes qLDPC, offriront un cadre concret pour tester ces nouvelles méthodes. Ce projet vise ainsi à développer de nouveaux outils numériques inspirés du calcul ZX, à l'interface entre physique quantique à N corps, correction d'erreurs et applications de l'informatique quantique.

Le verrou scientifique (plus en détail)
Les approches traditionnelles de l'ordre topologique reposent souvent sur l'entropie d'intrication et sur l'extraction d'une contribution dite topologique [14, 15]. Ces diagnostics sont précieux, mais leur interprétation peut être délicate selon la géométrie des sous-systèmes, les corrections de taille finie ou la présence de contributions non universelles. La loi d'aire $S = \alpha L - \gamma$ suggère une contribution topologique universelle $\gamma_{\text{top}} = \ln \mathcal{D}$ ($\mathcal{D}$: dimension quantique totale). Or des contributions parasites γ_{par} peuvent produire $\gamma = \gamma_{\text{top}} + \gamma_{\text{par}}$, voire $\gamma \neq 0$ dans des états triviaux [16–20]. Ceci est très problématique pour avoir un diagnostique fiable d'ordre topologique à longue portée. Une autre voie, poursuivie par cette thèse, consiste à chercher directement des motifs structuraux d'intrication à longue portée.

Le diagnostic graphique de l'ordre topologique que j'ai contribué à proposer pour des modèles de codes topologiques exactement solubles [12] semble, dans les cas étudiés, échapper à ces contributions parasites. Ce diagnostic s'obtient en réduisant une représentation ZX de la trace de la matrice densité du système ρ ($\text{Tr}[\rho]$), tout en conservant certaines connexions entre régions ; le diagramme de contour résiduel est un arbre de Pauli. Dans les modèles étudiés, le nombre de nœuds non locaux vaut zéro pour les états topologiquement triviaux, un pour le code torique et deux pour le code couleur [12], voir Fig. 2. Cette signature ne fournit toutefois pas encore une méthode générale pour les Hamiltoniens perturbés ou les codes qLDPC.

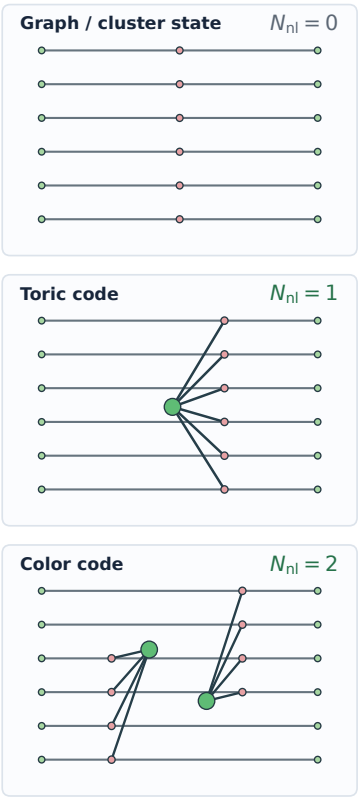

FIGURE 2 – **Diagnostic graphique de l'ordre topologique par le calcul ZX.** Représentation schématique des arbres de Pauli associés à trois états quantiques : un état graphe topologiquement trivial (haut), le code torique (milieu) et le code couleur (bas). Les points verts représentent les connecteurs non locaux qui subsistent après simplification des diagrammes ZX. Leur nombre, respectivement **zéro, un et deux**, permet de distinguer les structures d'intrication à longue portée caractéristiques de ces états. Cette approche fournit ainsi un diagnostic graphique de l'ordre topologique, sans recourir au calcul de l'entropie d'intrication. Figure schématique inspirée de notre travail [12].

En parallèle, les constructions par produits de codes et les approches dites *code factories* produisent des familles de codes quantiques dont les propriétés sont gouvernées par des graphes et des complexes combinatoires [13]. Leur structure ne suppose pas nécessairement une connectivité géométriquement locale, ce qui les distingue des codes topologiques bidimensionnels usuels. Le défi consiste à relier les propriétés algébriques de ces constructions à des signatures diagrammatiques robustes et calculables.

Question centrale. Quelles structures des diagrammes ZX permettent de caractériser une intrication non locale pertinente pour la correction d'erreurs, et dans quelles conditions ces structures survivent-elles aux perturbations physiques ainsi qu'aux transformations de compilation ?

DÉROULÉ

Résultats attendus, jalons

Axe I — Généraliser les diagnostics graphiques
Le premier objectif est de retrouver puis d'extraire les arbres de Pauli dans des représentations PEPS des modèles de référence, en traduisant la construction du contour de $\mathrm{Tr}[\rho]$ en opérations sur tenseurs non entièrement contractés. Le code torique et le code couleur serviront de bancs d'essai, car leurs descriptions par stabilisateurs fournissent des points de comparaison analytiques. La thèse cherchera à séparer les propriétés intrinsèques de l'état de celles qui dépendent du choix de représentation ou de la séquence de réécriture. Une attention particulière sera portée aux hypothèses nécessaires pour conclure à la présence d'un ordre topologique : un motif graphique n'est pas, à lui seul, une preuve universelle.

Axe II — Explorer les familles qLDPC issues de graphes
Le deuxième objectif est de transposer ces diagnostics aux constructions de codes fondées sur des graphes et sur des produits de complexes [13]. Les structures de ces codes serviront à construire des diagrammes ZX associés aux états encodés, aux contraintes de stabilisateurs et, lorsque cela sera pertinent, aux circuits de préparation ou d'extraction de syndrome. L'analyse cherchera à distinguer les signatures de corrélations non locales, la distance du code, sa dimension logique et l'éventuelle présence d'un ordre topologique au sens physique. Ces notions sont liées dans certains modèles, mais ne sont pas interchangeables pour des codes qLDPC généraux.

Axe III — Dépasser l'intégrabilité exacte
Le troisième objectif concerne les systèmes perturbés et constitue le verrou scientifique principal. Un modèle de départ naturel est le code torique soumis à un champ magnétique,

$$H = -J_e \sum_s A_s - J_m \sum_p B_p - \sum_i (h_x X_i + h_z Z_i), \tag{1}$$

avec A_s et B_p les opérateurs étoile et plaquette. Lorsque les perturbations rendent le problème non exactement soluble, il s'agira de construire des représentations diagrammatiques approchées, puis de déterminer si les motifs identifiés en langage ZX restent détectables et dans quel régime. Les états fondamentaux seront approchés par réseaux de tenseurs (PEPS) et, selon les paramètres accessibles, par Monte-Carlo quantique. On recherchera des signatures "proches des arbres de Pauli" dans les tenseurs de contour, puis leur stabilité et leurs limites au voisinage des transitions. Une extension aux excitations non abéliennes sera exploratoire : les modèles à qudits réclament une adaptation des outils ZX disponibles.

Méthodologie

Construction des représentations
Les états stabilisateurs, les circuits d'encodage et les PEPS seront traduits en diagrammes ZX, avec les outils ZXLive [21] et PyZX [22]. Pour les PEPS, la construction du contour préservera explicitement les degrés de liberté partagés entre sous-régions lors du calcul de $\mathrm{Tr}[\rho]$. Les conventions de traduction et les équivalences utilisées seront documentées afin de garantir la reproductibilité. Des familles de graphes de taille croissante permettront de tester les propriétés à taille finie et leur stabilité vis-à-vis des choix de représentation.

Réécriture, invariants et preuves
Les simplifications seront effectuées à l'aide de règles ZX exactes lorsque cela est possible. Le travail cherchera à identifier des quantités ou structures préservées par les transformations admissibles, ainsi que des formes normales ou des critères de réduction dans des sous-classes bien définies. Les résultats seront accompagnés, selon leur nature, de preuves formelles, de contre-exemples ou de conjectures étayées numériquement. Une difficulté essentielle sera de distinguer l'invariance de la sémantique quantique de celle d'une propriété visuelle particulière du diagramme.

Validation et mesures de performance
Les diagnostics seront confrontés à des calculs de stabilisateurs, à des quantités d'intrication accessibles et à des simulations numériques adaptées aux modèles étudiés (diagonalisation exacte pour petites tailles, PEPS et éventuellement Monte-Carlo quantique selon les régimes et ressources disponibles). Le coût algorithmique sera mesuré en temps d'exécution, mémoire et évolution avec la taille du système. Les comparaisons seront réalisées sur des instances reproductibles et des critères identiques.

Collaborations

La réalisation de ce projet nécessitera des échanges entre spécialistes du calcul ZX, de la physique des systèmes quantiques à N corps, des codes correcteurs et de la compilation quantique. Je suis déjà en train de collaborer sur ce projet avec Adolfo G. Grushin (DIPC, San-Sebastian), pour la matière topologique, et Richard East (Haiqu), pour les techniques ZX. Des échanges avec la compagnie Quantinuum ont été envisagés, tout comme des interactions avec Xavier Waintal (réseaux de tenseurs) et Kyrylo Shnizhko (matière condensée et information quantique) au sein du CEA–IRIG.

---

[1] J. van de Wetering 10.48550/arXiv.2012.13966 (2020), arXiv:2012.13966 [quant-ph].
[2] R. D. East, J. van de Wetering, N. Chancellor, and A. G. Grushin, PRX Quantum **3**, 010302 (2022).
[3] D.-C. Lu, F. Xu, and Y.-Z. You, arXiv:2505.00673 (2025).
[4] E. Buznach Ahituv, D. Chowdhury, and J. Ruhman, Phys. Rev. Lett. **135**, 050402 (2025).
[5] P. Gorantla, S.-H. Shao, and N. Tantivasadakarn, Phys. Rev. X **15**, 041006 (2025).
[6] G. Wong, R. A. Shaikh, and W. Donnelly, arXiv:2606.13551 (2026).
[7] M. Szyniszewski, arXiv:2607.22495 (2026).
[8] G. M. Sommers, S. Gopalakrishnan, M. J. Gullans, and D. A. Huse, Phys. Rev. B **110**, 064311 (2024).
[9] H. Ha, D. A. Huse, and G. M. Sommers, Phys. Rev. Lett. **135**, 160603 (2025).
[10] J. A. M. López and P. Kos, J. Phys. A: Math. Theor. **57**, 475301 (2024).
[11] N. Dowling, P. Kos, and X. Turkeshi, Phys. Rev. Lett. **135**, 050401 (2025).
[12] S. Mas-Mendoza, R. D. P. East, M. Filippone, and A. G. Grushin, A graphical diagnostic of topological order using ZX calculus (2025), arXiv:2509.12355 [cond-mat.str-el].
[13] T. Rakovszky and V. Khemani, The physics of (good) ldpc codes ii. product constructions (2024), arXiv:2402.16831 [quant-ph].
[14] M. Levin and X.-G. Wen, Physical Review Letters **96**, 110405 (2006).
[15] A. Kitaev and J. Preskill, Phys. Rev. Lett. **96**, 110404 (2006).
[16] D. J. Williamson, A. Dua, and M. Cheng, Phys. Rev. Lett. **122**, 140506 (2019).
[17] K. Kato and F. G. S. L. Brandão, Phys. Rev. Res. **2**, 032005 (2020).
[18] D. T. Stephen, H. Dreyer, M. Iqbal, and N. Schuch, Phys. Rev. B **100**, 115112 (2019).
[19] I. H. Kim, M. Levin, T.-C. Lin, D. Ranard, and B. Shi, Physical Review Letters **131**, 166601 (2023), 2302.00689.
[20] M. Levin, Phys. Rev. B **110**, 165154 (2024).
[21] https://github.com/zxcalc/zxlive.
[22] https://pyzx.readthedocs.io/en/latest/.